# Rozwiązanie problemu grudnia

Kinga Kolczyńska - Przybycień

10 styczeń 2015

Zauważmy, że

$$\frac{1}{a_{i-1}a_i} = \frac{1}{a_i - a_{i-1}} \cdot \frac{a_i - a_{i-1}}{a_{i-1}a_i} = \frac{1}{a_2 - a_1}\left(\frac{1}{a_{i-1}} - \frac{1}{a_i}\right),$$

zatem

$$\frac{1}{a_1a_2} + \frac{1}{a_2a_3} + ... + \frac{1}{a_{n-1}a_n} = \frac{1}{a_2 - a_1} \cdot \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} + ... + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}\right) =$$
$$= \frac{1}{a_2 - a_1} \cdot \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n}\right) = \frac{1}{a_2 - a_1} \cdot \left(\frac{a_n}{a_1a_n} - \frac{a_1}{a_1a_n}\right) = \frac{a_n - a_1}{(a_2 - a_1)a_1a_n}.$$