

Obliczając ilość podzbiorów w zbiorze podnosimy 2 do potęgi odpowiadającej ilości elementów w zbiorze np. zbiór 3 elementowy ma podzbiorów 2^3 , czyli 8.

Zatem zbiór 2n-elementowy ma podzbiorów 2^{2n} . Do ilości podzbiorów mamy nie wliczać zbioru pustego zatem ilość podzbiorów wynosi $2^{2n} - 1$.

$2^{2n} - 1$ możemy zapisać jako $(2^2)^n - 1 = 4^n - 1$.

Aby udowodnić, że wyrażenie to jest podzielne przez 3 możemy je zapisać następująco:

$$4^n - 1 = 4 * 4^{n-1} - 1 = 3 * 4^{n-1} + 4^{n-1} - 1 = 3 * 4^{n-1} + 3 * 4^{n-2} + 3 * 4^{n-3} + \dots + 4^{n-(n-1)} - 1$$

Wyrażenie $4^n - 1$ możemy zapisać $4 * 4^{n-1} - 1 = (3+1)4^{n-1} - 1 = 3 * 4^{n-1} + 4^{n-1} - 1$.

Wyrażenie $3 * 4^{n-1}$ jest podzielne przez 3, wystarczy zatem udowodnić, że $4^{n-1} - 1$ jest też podzielne przez 3. Aby to zrobić należy postąpić podobnie czyli zamiast 4^{n-1} możemy zapisać $3 * 4^{n-2} + 4^{n-2}$. Postępując tak z kolejnymi wyrażeniami otrzymujemy $3 * 4^{n-1} + 3 * 4^{n-2} + 3 * 4^{n-3} \dots$, a ostatnim wyrazem tej sumy będzie $4^{n-(n-1)}$, to jest 4^1 odejmując 1 (wyłączenie zbioru pustego) otrzymujemy na końcu 3.

Wszystkie składniki tego wyrażenia są podzielne przez 3 czyli suma tych wyrażeń też jest podzielna przez 3, co dowodzi, że ilość podzbiorów zbioru 2n- elementowego wyłączając zbiór pusty dzieli się przez 3.